Повторяем тему: Функции.

После выполнения заданий 1 и 2 части ответы внесите в таблицу. Решение заданий должно быть оформлено в тетради.

При изучении различных явлений природы и решении технических задач, а, следовательно, и в математике приходится рассматривать изменение одной величины в зависимости от изменения другой.

1) Так, например, при изучении движения автомобиля с постоянной скоростью 60 км/ч пройденный путь рассматривается как переменная s (км), изменяющаяся в зависимости от изменения времени t (ч): $s = 60t$.

Если $t = 3$, то $s = 60 \cdot 3 = 180$;

если $t = 5$, то $s = 60 \cdot 5 = 300$;

если $t = 10$, то $s = 60 \cdot 10 = 600$.

Переменную t, значения которой выбирают произвольно, называют **независимой переменной**, а переменную s, значения которой определяются выбранными значениями t, называют **зависимой переменной**.

2) Стоимость проезда в пригородных электричках Горьковского направления от станции «Москва – Курская» до станции «Крутое» зависит от номера зоны и представлена в таблице:

№ зоны (n)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Стоимость проезда m (руб.)	26,00	26,00	49,50	66,00	82,50	99,00	115,50	132,00	148,50	165,00

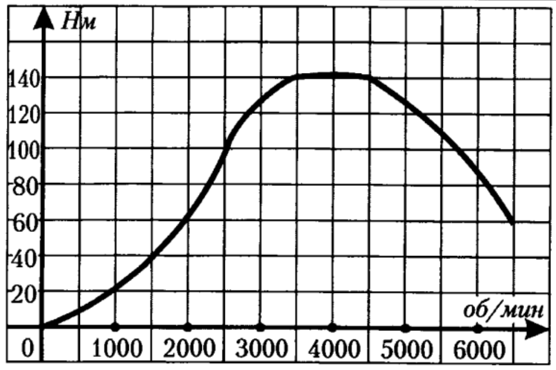
Если $n = 3$, то $m = 49.50$;

если $n = 6$, то $m = 99,00$;

если $n = 10$, то $m = 165,00$.

Переменная n является независимой переменной, а переменная m – зависимой переменной.

3) На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя K от числа его оборотов n в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат – крутящий момент в Н • м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 Н • м.



Если $n = 2000$, то $K = 60$;

если $n = 4000$, то $K = 140$;

если $n = 6000$, то $K = 90$.

Здесь n является независимой переменной, а K – зависимой переменной.

В рассмотренных примерах каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной. Такая зависимость одной переменной от другой называется ***функциональной зависимостью*** или ***функцией***.

Независимая переменная также называется ***аргументом***, а зависимая переменная – ***функцией*** от этого аргумента. Так, в рассмотренных примерах путь, пройденный автомобилем с постоянной скоростью, является функцией от времени движения; стоимость проезда в пригородном поезде есть функция от номера зоны, к которой относится станция.

Все значения, которые принимает независимая переменная, образуют ***область определения функции***. Все значения, которые принимает зависимая переменная — ***область значений функции***.

Например, область определения функции в примере 1 состоит из всех положительных чисел, а в примере 2 – из всех натуральных чисел от 1 до 10. Областью определения функции из примера 3 является множество всех чисел от 0 до 6500 ($0 \le n \le 6500$), а областью значений – множество всех чисел от 0 до 140 ($0 \le K \le 140$).

Графиком функции называется множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.
С помощью графика функции по заданному значению аргумента можно найти соответствующее значение функции (см. пример 3), а также решить обратную задачу: по указанному значению функции найти те значения аргумента, которым оно соответствует (в том же примере 3: К = 100 при n = 2500 и n = 5800; К = 40 при n = 1500).

Построим график функции, заданной формулой $y = 0{,}5x(x-2)$. Составим таблицу соответственных значений аргумента и функции с шагом 1 от – 2 до 4.

x	– 2	– 1	0	1	2	3	4
y	4	1,5	0	– 0,5	0	1,5	4

Отметим точки с данными координатами в координатной плоскости, соединим их плавной линией. Получим график функции, заданной формулой $y = 0{,}5x(x-2)$, где $-2 \le x \le 4$ (рис. 1).

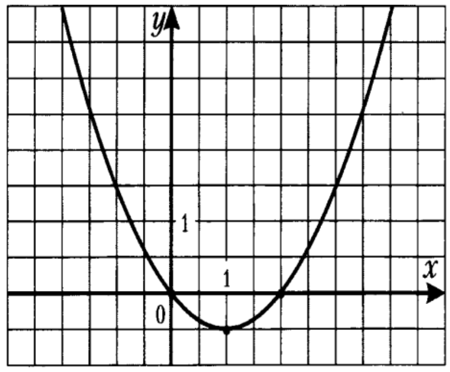


Рис. 1

Графиком прямой пропорциональности $y = kx$, где $k \neq 0$ будет прямая, проходящая через начало координат, так как если $x = 0$, то $y = 0$.

Графиком функции $y = b$ будет прямая, параллельная оси x, если $b \neq 0$, и сама ось x, если $b = 0$. Например, на рисунке изображены графики частных случаев линейной функции $y = \frac{1}{2}x$ (рис. 5 а), $y = 2$ (рис. 5 б), $y = 0$ (рис. 5 в).

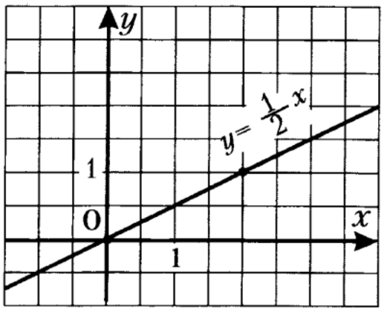


Рис. 5 а

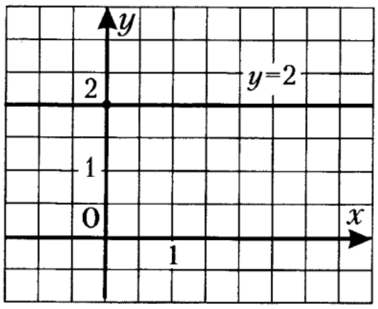


Рис. 5 б

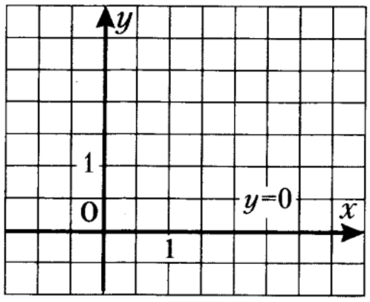


Рис. 5 в

Линейной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + b$, где x – независимая переменная, k и b – некоторые числа. Областью определения линейной функции является множество всех чисел.

Например, линейными будут функции $y = \frac{3}{7}x - 1$, $y = -0{,}2x + 8$, $y = \frac{10 - x}{3}$ и другие.

Если $b = 0$, $k \neq 0$, линейная функция будет иметь вид $y = kx$. Такая функция называется прямой пропорциональностью.

Если $k = 0$, линейная функция будет иметь вид $y = b$.

Графиком линейной функции является прямая.

Для построения графика линейной функции достаточно найти координаты двух точек графика, построить эти точки на координатной плоскости и провести через них прямую.

Пример. Построим график линейной функции $y = -2x + 3$. Найдём координаты двух точек графика. Заполним таблицу:

x	1	3
y	1	– 3

Отметим точки А (2; 1) и В (3; – 3) на координатной плоскости и проведём через них прямую (рис. 4). Прямая АВ есть график функции $y = -2x + 3$ (рис. 4).

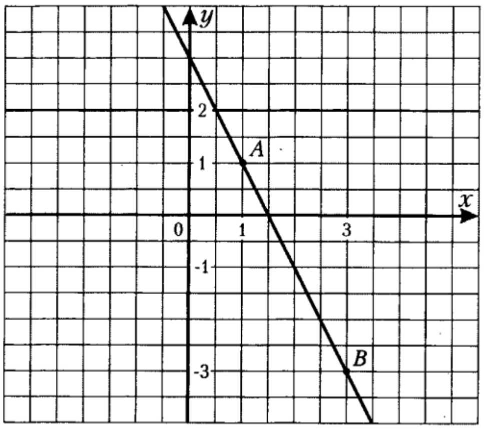


Рис. 4

Расположение графика линейной функции $y = kx + b$ в координатной плоскости зависит от значений коэффициентов k и b. Графики линейных функций, заданных формулами вида $y = kx + b$ с одинаковыми коэффициентами k и различными коэффициентами b, параллельны (рис. 6) и наклонены к оси x под одним и тем же углом. Этот угол зависит от коэффициента k, поэтому число k называют угловым коэффициентом прямой $y = kx + b$.

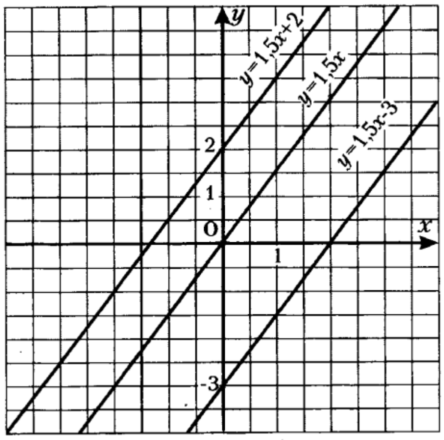


Рис. 6

Если $k > 0$, то угол наклона прямой $y = kx + b$ к оси x острый; (рис. 7,а).

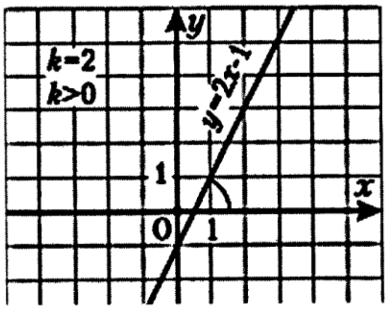


Рис. 7, а

если $k < 0$, то этот угол тупой (рис. 7,б).

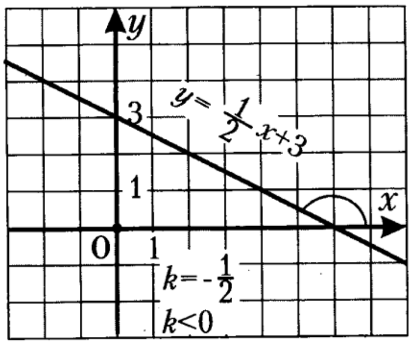


Рис. 7, б